

# **Incoerenze nelle intenzionalità degli insegnanti tra aspetti concettuali, culturali e semiotici dell'angolo**

**Silvia Sbaragli**

*NRD, Bologna – DFA, Locarno, Svizzera*

**Pubblicato in:** Sbaragli S. (2011). Incoerenze nelle intenzionalità degli insegnanti tra aspetti concettuali, culturali e semiotici dell'angolo. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*. 34, 3, 373-386.

**Sunto.** *Vengono presentati alcuni aspetti emersi nella ricerca Sbaragli e Santi (2011) dove è mostrato come le misconcezioni possedute dagli allievi sul concetto di angolo, rilevate dall'ampia letteratura di riferimento, dipendono anche dalle scelte didattiche effettuate dagli insegnanti riguardanti la trasposizione didattica del sapere e l'ingegneria didattica. In particolare, una delle cause di difficoltà sulla quale ci siamo concentrati sono le incoerenze nell'intenzionalità degli insegnanti derivanti da un uso limitato e inconsapevole dei mezzi semiotici di oggettivazione rispetto all'aspetto concettuale e culturale del sapere al quale si vuole far giungere i propri allievi.*

## **1. La cornice semiotico-culturale**

In questo articolo facciamo riferimento all'*approccio semiotico culturale* proposto da Luis Radford a partire dagli anni 2000 che attribuisce un ruolo centrale alla semiotica inserita in una visione antropologica del pensiero, degli oggetti matematici e

dell'apprendimento. In particolare, Radford chiama il processo, che porta l'allievo a prendere coscienza dell'oggetto matematico, *oggettivazione*.

Riferendosi alla fenomenologia di Edmund Husserl (1913-1959), Radford (2006) associa l'oggettivazione, intesa come attribuzione di significato, ad un *atto intenzionale* che mette in relazione il soggetto con l'oggetto di conoscenza e fornisce un particolare intendimento di tale oggetto. Quando consideriamo la conoscenza scientifica, in particolare la matematica, si pone il problema della natura interpersonale e generale degli oggetti matematici che non si lascia catturare dal significato soggettivo e situato che caratterizza gli atti intenzionali. Secondo l'approccio semiotico-culturale che stiamo seguendo, non possiamo ridurre la nostra esperienza individuale ad una solitaria interazione sensoriale e cognitiva con il mondo, ma il modo in cui entriamo intenzionalmente in contatto con la realtà è intrinsecamente determinato da fattori storici e culturali. I mediatori, gli artefatti, i gesti, i simboli, le parole che Radford chiama *mezzi semiotici di oggettivazione* (Radford, 2003) non sono dei semplici arnesi con i quali manipoliamo il mondo ma mediatori dei nostri atti intenzionali, portatori di una conoscenza storica costruita dall'attività cognitiva delle generazioni precedenti. Tali mezzi determinano e costituiscono le pratiche socialmente condivise nelle quali si sviluppano i processi di oggettivazione.

Allievi ed insegnanti si trovano immersi in un contesto sociale e culturale in cui rilevano oggetti che rientrano nella loro cultura. L'insegnante ha istituzionalmente il compito di guidare l'allievo nel processo di oggettivazione, affidandosi ai mezzi semiotici di oggettivazione e ai modi culturali di significazione che la storia e la cultura gli mette a disposizione.

È utile alla nostra analisi tenere conto del fatto che, seguendo Godino e Batanero (1994) e D'Amore e Godino (2006), agli elementi appena richiamati è possibile attribuire una dimensione personale e istituzionale. Il sistema di pratiche coinvolge sia un singolo individuo sia un gruppo di individui istituzionalmente

riconosciuto, nello specifico la classe; lo stesso si può dire per l'oggetto matematico che esiste sia in una relazione personale con un soggetto sia in una relazione istituzionale con la cultura dalla quale è emerso e con il gruppo sociale che gli conferisce un valore di conoscenza. Lo stesso punto di vista è sostenuto da Radford: «Suggerisco che è vantaggioso considerare il significato come un costruito a due lati, come due facce della stessa medaglia. Da un lato, il significato è un costruito soggettivo: è il contenuto soggettivo secondo gli atti intenzionali dell'individuo. In questo caso, il significato è legato alla storia e all'esperienza più intime dell'individuo; esso esprime ciò che rende l'individuo unico e singolare. Dall'altro lato, e allo stesso tempo, il significato è anche un costruito culturale, nel senso che, precedentemente all'esperienza soggettiva, l'oggetto risultante dall'atto intenzionale dell'individuo (l'object visé) è stato provvisto di valori culturali e di un contenuto teorico, che è riflesso e rifratto dai mezzi semiotici di oggettivazione utilizzati per renderlo presente» (Radford, 2006, p. 53).

L'apprendimento come processo di oggettivazione richiede un allineamento tra la dimensione personale e intenzionale dell'allievo e quella istituzionale che coinvolge gli aspetti storici e culturali. I processi di insegnamento-apprendimento comportano una dialettica tra gli aspetti personali e quelli istituzionali portando all'unificazione delle due dimensioni verso un significato unitario. La costruzione di tale significato, in cui si realizza l'unità dell'individuo con la propria cultura, è possibile attraverso i mezzi semiotici di oggettivazione che conducono l'atto intenzionale dell'individuo verso l'oggetto matematico. Tali mezzi semiotici hanno quindi ragione di esistere in quanto al servizio dell'intenzione dell'individuo e, al contempo, permettono di incarnare la conoscenza e i modi di razionalità costruiti storicamente dalle generazioni precedenti, contribuendo alla creazione di uno spazio di significato condiviso che realizza l'unità tra persona e cultura, tra significato personale e significato

istituzionale, tra l'intenzione individuale e l'oggetto a cui l'intenzione è rivolta.

È necessario, dunque, considerare la rete complessa di pratiche individuali e sociali, di significati, consuetudini, credenze e convinzioni in cui l'insegnante deve quotidianamente orientarsi quando attiva i mediatori per favorire l'apprendimento del sapere matematico da parte dei suoi allievi; si tratta di una rete dalla quale possono emergere comportamenti incoerenti da parte dell'insegnante.

È in quest'ottica che si possono interpretare le *misconcezioni evitabili* (Sbaragli, 2005, pp. 56 e succ.) all'interno della prospettiva semiotica culturale. In effetti, tali misconcezioni dipendono direttamente dalle scelte degli insegnanti legate alla trasposizione didattica e all'ingegneria didattica; due fattori che, alla luce della cornice semiotica culturale, risultano determinanti per allineare il significato personale dell'allievo e quello culturale, quando l'insegnante gestisce le pratiche d'aula.

In particolare, in questo articolo focalizziamo la nostra attenzione sull'argomento "angolo", mettendo in evidenza come gli atti intenzionali di alcuni insegnanti e il significato oggettivo dai mezzi semiotici risultano incoerenti con il significato culturale dell'oggetto angolo che propone in classe.<sup>1</sup> L'esistenza di incoerenza da questo punto di vista può creare negli allievi misconcezioni (evitabili); misconcezioni che, da un punto di vista semiotico, comportano l'incapacità da parte dell'allievo di coordinare adeguatamente le diverse rappresentazioni quando egli cerca di dare senso all'oggetto matematico.

---

<sup>1</sup> All'argomento angolo è dedicato il recente lavoro di Marazzani (2010) che riporta i risultati di interviste con diverso scopo.

## **2. La ricerca sull'angolo**

In questo articolo riportiamo alcuni dei risultati di ricerca ottenuti in Sbaragli e Santi (2011) dove è emerso come le misconcezioni possedute dagli allievi sul concetto di angolo, rilevate dall'ampia letteratura di riferimento, dipendono anche dalle scelte didattiche effettuate dagli insegnanti.

La ricerca si è sviluppata in due fasi: la prima si è basata su colloqui effettuati con 20 insegnanti di scuola primaria di diverse città d'Italia relativi al concetto di angolo e ai mezzi semiotici di oggettivazione scelti per comunicare questo sapere in classe; colloqui che vertevano su domande atte a sollecitare una discussione tra l'intervistato e il ricercatore e a far emergere le convinzioni degli insegnanti sull'angolo e il loro modo di lavorare in classe su questo tema. La seconda fase si è basata su domande riguardanti l'aspetto concettuale dell'angolo poste ai relativi allievi di V primaria. In particolare, sono stati intervistati individualmente 8 allievi di V primaria per ciascuna classe dei 20 insegnanti sottoposti alla ricerca, per un totale di 160 allievi, che sono stati scelti a sorteggio. Con questi allievi è stato fatto un colloquio per capire in profondità le loro convinzioni sull'angolo.

Tra le cause di difficoltà rilevate in questa ricerca, vi sono appunto le incoerenze nell'intenzionalità degli insegnanti derivanti da un uso limitato e inconsapevole dei mezzi semiotici di oggettivazione rispetto all'aspetto concettuale e culturale del sapere al quale si vuole far giungere i propri allievi. Di tali incoerenze riportiamo di seguito alcuni esempi.

### ***2.1 Alcuni risultati di ricerca: aspetti concettuali e culturali dell'angolo***

Tutti gli insegnanti intervistati dichiarano di avere in mente un'unica definizione di angolo alla quale far giungere i propri allievi. Dalle affermazioni degli insegnanti emerge che la

definizione dell'angolo proposta in classe dagli insegnanti non è il risultato di mediazioni e negoziazioni all'interno della microsocietà classe per giungere ad un sapere condiviso, ma imposta dall'insegnante.

In particolare,

- 14 insegnanti su 20 dichiarano che scelgono come definizione di angolo da proporre ai propri allievi: «La parte di piano compresa tra due semirette con un'origine in comune».

Tale definizione è sicuramente la più ricorrente in Italia tra gli insegnanti di scuola di base e di conseguenza tra gli studenti; la sua origine è incerta ed appare a partire dal XVII secolo in Europa.

3 dei 14 insegnanti dimenticano di parlare di origine in comune delle due semirette, ma dai gesti si intuisce che stanno facendo questa scelta concettuale senza saperla esplicitare in modo corretto; inoltre 4 dei 14 insegnanti dichiarano che la parte di piano è illimitata. È evidente che in questa situazione, l'aggettivo "illimitata" è pleonastico dato che si riferisce ad una parte di piano "aperta", ma dall'intervista successiva si rivela che ben 5 degli insegnanti che non lo esplicitano non hanno consapevolezza dell'illimitatezza della parte di piano implicita nella definizione scelta, dato che come vedremo in seguito, pensano all'angolo come ad una parte di piano limitata localizzata in corrispondenza dell'origine dell'angolo.

Gli altri 6 insegnanti fanno invece le seguenti scelte:

- 1 parla di inclinazione di due rette [scelta che ricorda Euclide, III secolo o Proclo (412-486)];

- 1 considera l'angolo come cambio di direzione di due rette [scelta che ricorda Eudemo di Pergamo (attivo nel 225)];

- 1 parla di due semirette con un'origine in comune [impostazione che ricorda Hilbert (1899)];

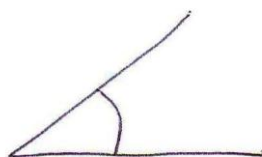
- 1 di ampiezza di due semirette [facendo quindi una scelta esclusivamente metrica; una scelta metrica è presente in Carpo di Antiochia (II sec.) che definisce l'angolo la distanza delle linee (...) che lo comprendono];

- 2 parlano di rotazione di due semirette con un'origine in comune una sull'altra (scelta nata fin dal XVIII-XIX sec. e sviluppatasi in Gran Bretagna).

[Per un approfondimento delle diverse definizioni di angolo nella storia, ci siamo serviti di D'Amore (1985)].

## ***2.2 Alcuni risultati di ricerca: i mezzi semiotici di oggettivazione***

Alla domanda posta agli insegnanti su quale rappresentazione viene scelta per parlare di angolo in classe, 12 insegnanti su 20 rispondono dichiarando che per rappresentare l'angolo usano un "archetto" vicino all'origine dell'angolo che limita una parte di piano; 10 di questi insegnanti chiedono di poterlo disegnare per mostrarcelo meglio.



Tale rappresentazione non è univoca nei libri di testo italiani di ogni livello scolastico dato che a volte l'angolo viene raffigurato punteggiato fino ad un immaginario archetto o sfumato esaltando l'illimitatezza della parte di piano, o indicato con un asterisco, ..., ma dalla maggioranza degli insegnanti intervistati la rappresentazione tramite un archetto è considerata "la" rappresentazione per eccellenza, quella che rispecchia meglio delle altre l'angolo, senza una motivazione concettuale, ma più che altro di convenzione e abitudine.

Gli altri 8 insegnanti in 3 casi colorano una parte di piano limitata fino a un archetto, rientrando in qualche modo nella stessa scelta degli altri insegnanti e gli altri 5 colorano la parte di piano mostrandone l'illimitatezza.

Per tutti gli insegnanti intervistati, la scelta del mezzo semiotico grafico di oggettivazione è legata al fatto che tale rappresentazione è quella prevalentemente in uso e convenzionale in Italia, per questo viene percepita come vincolante e spesso univoca, addirittura la rappresentazione “matematicamente corretta”. I mezzi di oggettivazione appaiono talmente vincolanti da far perdere il senso critico di ciò che viene proposto in aula, inoltre non risultano costruiti socialmente nell’ambiente classe, ma imposti. Eppure, come sostengono D’Amore e Godino (2006, pp. 26-27): «Ci pare di poter affermare che il significato degli oggetti matematici comincia come pragmatico, relativo al contesto; ma, tra i tipi di uso relativi a quel significato, ne esistono alcuni che permettono di orientare i processi di insegnamento – apprendimento della matematica. Questi tipi di usi vengono oggettivizzati attraverso il linguaggio e finiscono con il costituire referenti del lessico istituzionale»; tali usi che orientano i processi di insegnamento-apprendimento non vengono favoriti dalle scelte vincolanti degli insegnanti intervistati. Inoltre, il mezzo semiotico di oggettivazione scelto non verte sul volere mettere maggiormente in risalto alcune proprietà della definizione dichiarata dagli intervistati stessi nella domanda precedente; anzi, in alcuni casi, è la rappresentazione grafica convenzionale stessa che fa perdere il senso della definizione che si vuole far apprendere ai propri allievi, che può essere riletta anch’essa come mezzo semiotico di oggettivazione. In particolare, si evidenzia in 17 insegnanti su 20, incoerenza tra l’intenzione esplicitata dal punto di vista istituzionale e il mezzo semiotico di oggettivazione scelto per parlare del concetto in oggetto.

### ***2.3 Alcuni risultati di ricerca: le incoerenze degli insegnanti***

Analizziamo più in profondità questa incoerenza tra l’intenzione di ciò che si vuole far raggiungere concettualmente in classe e il mezzo semiotico di oggettivazione scelto per comunicare,



prendendo in considerazione le diverse definizioni esplicitate dagli insegnanti per parlare di angolo.

*Parte di piano.* Dei 14 insegnanti su 20 che dichiarano che l'angolo è la parte di piano compresa tra due semirette con l'origine in comune, 9 scelgono come mezzo semiotico per parlarne l'archetto, 3 scelgono la parte di piano colorata fino all'archetto e 2 puntano l'attenzione sull'illimitatezza della parte di piano.

I 12 insegnanti che scelgono di indicare l'archetto o di colorare la parte di piano fino all'archetto, danno importanza con tali mezzi semiotici grafici di oggettivazione alla limitatezza della parte di piano e non alla illimitatezza; proprietà, quest'ultima, che è invece contemplata dalla definizione scelta, dato che la parte di piano derivante dalla definizione risulta "aperta".

In seguito all'intervista, le scelte di questi 12 insegnanti sono state divise in due categorie: 5, nella *mancanza di consapevolezza sul sapere matematico in gioco* e 7, nella *mancanza di senso critico nei confronti della propria scelta*.

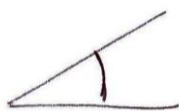
- Riportiamo una parte di intervista dei *due tipi di incoerenza*. Iniziamo dalla *mancanza di consapevolezza sul sapere in gioco*.

Ric.: Perché hai scelto questa rappresentazione?

C.: Perché l'angolo si rappresenta così.

Ric.: In che senso si rappresenta così?

C.: Quando si vuole parlare di un angolo si disegna così:



e i bambini sanno che parliamo di angolo.

Si nota come questa scelta appare univoca agli occhi di quell'insegnante. Eppure, come sostiene Duval (2006, p. 598): «All'opposto di questa riduzione delle rappresentazioni semiotiche al semplice ruolo di surrogato degli oggetti matematici, o a quello di espressione di rappresentazioni mentali, noi ci fermeremo su ciò

che costituisce la caratteristica fondamentale di ogni prassi matematica: la *trasformazione* di rappresentazioni semiotiche. *Perché, in matematica, una rappresentazione è interessante solo se può essere trasformata in un'altra rappresentazione.* È soltanto nella misura in cui rispondono a questa esigenza fondamentale che le rappresentazioni semiotiche possono rappresentare qualcosa di "reale" e di razionalmente esplorabile, cioè diventare il mezzo di accesso a oggetti altrimenti inaccessibili».

L'intervista continua nel seguente modo:

Ric.: Indica qual è l'angolo del quale stai parlando su questa figura.

(C. indica la parte di piano fino all'archetto).

Ric.: Fino a dove arriva l'angolo?

C.: Fino a qui (indica l'archetto)

Ric.: Puoi andare oltre questo archetto?

C.: No, arriva fino a qui.

Ric.: Non possiamo andare oltre l'archetto?

C.: In questo caso no.

Ric.: E in quali casi si può andare oltre?

C.: Se l'angolo è più grande.

(Disegna un altro angolo apparentemente della stessa ampiezza, con semirette e archetto più lungo).



Da questo stralcio di intervista emerge come le misconcezioni sull'angolo derivanti da rappresentazioni grafiche riscontrate classicamente in allievi (Fischbein, Tirosh, Melamed, 1981; Foxman, Ruddock, 1984; Tsamir, Tirosh, Stavy, 1997), siano presenti in alcuni casi negli insegnanti stessi e di conseguenza trasferite ai propri allievi.

L'intervista continua nel seguente modo:

Ric.: Perché hai scelto questa rappresentazione?

C.: Perché questo è il modo di rappresentare l'angolo.

Ric.: È il modo scelto da chi?

C.: Da tutti, in tutti i libri è così.

Ric.: E ti piace questa rappresentazione?

C.: Sì, l'ho sempre fatta così, non vedo perché dovrei cambiarla.

Ric.: Che cos'è per te un angolo?

C.: È la parte di piano compresa tra due semirette che partono da uno stesso punto.

Ric.: E com'è questa parte di piano?

C.: In che senso?

Ric.: Che proprietà ha questa parte di piano?

C.: Non capisco.

Ric.: Questa parte di piano di cui parli è limitata o illimitata?

C.: Guarda il suo disegno, pensa un po' e poi risponde:

C.: È limitata dalle semirette.

Ric.: E qui com'è? (Il ric. indica la parte di piano illimitata)

C.: Arriva fino a qui (indica l'archetto).

Ric.: Perché quando ti ho chiesto che cos'è un angolo non mi hai detto che arriva fino all'archetto?

C.: Perché non si dice, ma poi si fa vedere nel disegno.

Si nota come il mezzo semiotico grafico di oggettivazione sia incoerente rispetto a quello verbale esplicitato, pur essendo quest'ultimo quello che l'insegnante dichiara avrebbe voluto far apprendere ai propri allievi. Interpretando ciò dal punto di vista di Duval non c'è coordinazione di registri, eppure «(...) il coordinamento di registri è la condizione per la padronanza della comprensione in quanto essa è la condizione per una differenziazione reale tra i concetti matematici e la loro rappresentazione. Costituisce una soglia il cui superamento cambia radicalmente l'attitudine di fronte ad un tipo di attività o ad un dominio (...) Ora, questo coordinamento non ha niente di spontaneo» (Duval, 1995, p. 259).

- Consideriamo anche il seguente stralcio di intervista di un insegnante dei 7 che risulta incoerente per *manca di senso critico nei confronti della propria scelta*. L'insegnante sceglie come rappresentazione di colorare la parte di piano fino all'archetto, ma è consapevole dell'illimitatezza della parte di piano scelta come definizione di angolo.

Ric.: Nella definizione che hai scelto la parte di piano è limitata o illimitata?

S.: Illimitata.

Ric.: Come mai hai scelto di rappresentare l'angolo con una parte di piano fino ad un archetto?

S.: L'ho sempre disegnata così e mi sembra che gli allievi lo vedano (l'angolo).

Ric.: Non dici agli allievi che potrebbero continuare a colorare?

S.: Forse qualche volta, ma poi abbiamo deciso fin da subito di rappresentarlo così.

Ric.: Ti sembra una buona scelta?

S.: Adesso che mi ci fai pensare forse no, ma è questione di abitudine e non ci si pensa a tutto ciò che si propone.

Anche negli insegnanti che scelgono le altre definizioni si notano in diversi casi incoerenze tra l'intenzione concettuale alla quale vogliono far tendere i propri allievi e i mezzi semiotici scelti per esplicitarla. I 3 insegnanti che parlano di angolo come: inclinazione di due rette, cambio di direzione di due rette, due semirette con un'origine in comune, scelgono come rappresentazione grafica di dare risalto alla parte di piano illimitata, pur non essendo una proprietà caratteristica della definizione proposta.

Per dare risalto alla problematica trattata in questo articolo, va esplicitato che le risposte dei 160 allievi riportate in Sbaragli e Santi (2011) non sono correlate con le intenzioni concettuali e culturali esplicitate dagli insegnanti; in particolare emerge con molta più forza il mezzo semiotico di oggettivazione grafico

proposto dagli insegnanti piuttosto che il fine concettuale che l'insegnante intendeva raggiungere. In alcuni casi il mezzo semiotico grafico proposto prende talmente il sopravvento da snaturare l'intenzione dell'insegnante stesso, come il caso dell'angolo concepito dagli allievi come la lunghezza dell'archetto o l'archetto stesso. In questo caso gli allievi confondono la rappresentazione grafica con il concetto stesso che si voleva proporre. Inoltre emergono tra le risposte degli allievi categorie non previste dall'insegnante che derivano dall'uso quotidiano della lingua comune (angolo come sinonimo di vertice) e da una limitata interpretazione dei pochi o a volte univoci mezzi di oggettivazioni proposti in classe.

### **3. Conclusioni**

In questo articolo si è messo in evidenza che, tra le cause delle difficoltà degli allievi nell'apprendimento dell'oggetto angolo, vi sono le incoerenze nell'intenzionalità degli insegnanti derivanti da un uso limitato e inconsapevole dei mezzi semiotici di oggettivazione rispetto all'aspetto concettuale e culturale del sapere al quale si vuole far giungere i propri allievi. L'intenzionalità attribuisce all'individuo, in questo caso all'insegnante, un ruolo fondamentale nella possibilità di attribuire senso agli oggetti matematici, ma tale intenzionalità deve essere gestita con consapevolezza per poter essere efficace didatticamente. In effetti, l'incoerenza tra l'intenzionalità esplicitata dall'insegnante tramite il mezzo di oggettivazione verbale e il mezzo di oggettivazione grafico, scelti per esprimere tale concetto, può essere la fonte di misconcezioni evitabili nella mente dell'allievo. La scelta dei segni non è in effetti neutra o indipendente; come sostiene Radford (2005, p. 204): «I mezzi semiotici di oggettivazione offrono possibilità diverse per svolgere un compito per designare oggetti ed esprimere intenzioni. (...) Occorre quindi saper individuare i mezzi

semiotici di oggettivazione per ottenere oggetti di coscienza», tale individuazione va gestita con forte senso critico da parte dell'insegnante.

Riferendoci a Husserl (1913-1959), i risultati di questa ricerca mettono in evidenza che l'insegnante, nelle pratiche d'aula, troppo spesso crea incoerenza tra l'atto intenzionale che determina il modo in cui l'oggetto si presenta alla coscienza (noesis) e il contenuto concettuale dell'esperienza individuale (noema). La coerenza e unità dei diversi atti intenzionali dell'insegnante sembrano non essere sempre presenti nelle pratiche d'aula per quanto riguarda l'angolo.

I risultati della ricerca dimostrano che le decisioni prese dall'insegnante per presentare l'argomento angolo, si basano su proposte derivanti dalla noosfera, più che da scelte personali consapevoli, e vertono sul fornire all'allievo sempre e solo univoche rappresentazioni convenzionali senza analizzarne i tratti distintivi con gli allievi. Ma, come sostiene Duval, la concettualizzazione degli oggetti matematici non avviene ricorrendo ad un solo di questi possibili sistemi semiotici, poiché il significato è forgiato dall'azione reciproca dei diversi sistemi semiotici. «La comprensione comincia con l'articolazione, da parte del soggetto, di due registri di rappresentazione. In altre parole, non si può mai considerare che un tipo di rappresentazione è migliore di un altro se l'individuo non è capace di controllare, da solo e nei due sensi, la conversione da un tipo di rappresentazione proposto dall'insegnante in un altro registro di rappresentazione» (Duval, 2006, p. 613). L'insegnante ha il compito delicato di guidare e sostenere lo studente nella coordinazione di mezzi semiotici di oggettivazione eterogenei, ciascuno dei quali è di per sé articolato e difficile da essere gestito, per evitare che così l'allievo, o l'insegnante stesso, confonda l'oggetto matematico con una sua rappresentazione.

I mezzi semiotici di oggettivazione non devono cioè diventare scelte *a priori* derivanti dall'esterno della situazione d'aula, senza nessuna analisi critica da parte dell'insegnante.

Risulta quindi indispensabile, per non creare *misconcezioni evitabili*, fornire una grande varietà di mezzi semiotici di oggettivazione opportunamente organizzati e integrati in un sistema sociale di significazioni rappresentato dalle pratiche matematiche condivise dagli allievi gestite con consapevolezza e coerenza da parte dell'insegnante.

### **Bibliografia**

D'Amore B. (1985). L'idea di "angolo" nell'antichità e la sua evoluzione. *Le scienze matematiche e il loro insegnamento*. 1, 6-18.

D'Amore B., Godino D.J. (2006). Punti di vista antropologico ed ontosemiotico in Didattica della Matematica. *La matematica e la sua didattica*. 1, 9-38.

Duval R. (1995). Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques? *Actes de l'École d'été 1995*. [Trad. it.: *La matematica e la sua didattica*. 3, 1996, 250-269].

Duval R. (2006). Trasformazioni di rappresentazioni semiotiche e prassi di pensiero matematico. *La matematica e la sua didattica*. 4, 585-619.

Fischbein E., Tirosh D., Melamed U. (1981). Is it possible to measure the intuitive acceptance of mathematical statement? *Educational Studies in Mathematics*. 12, 491-512.

Foxman D., Ruddock G. (1984). Concepts and skills: Line symmetry and angle. *Mathematics in School*. 13, 9-13.

Godino J.D., Batanero C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 14, 3, 325-355.

- Husserl E. (1913-1959). *Ideen zu einer reinen Phänomenologie und phänomenologischen Philosophie*. Dordrecht: Kluwer. [Noi facciamo riferimento all'edizione italiana: *Idee per una fenomenologia pura e una filosofia fenomenologica*, Libro I, § 89, a cura di Enrico Filippini, Torino: Einaudi, 1965].
- Marazzani I. (2010). *Angolo*. Trento: Erickson.
- Radford L. (2003). Gestures, Speech, and the Sprouting of Signs: A Semiotic-Cultural Approach to Students' Types of Generalization. *Mathematical Thinking and Learning*. 5(1), 31-70.
- Radford L. (2005). La generalizzazione matematica come processo semiotico. *La matematica e la sua didattica*. 2, 191-213.
- Radford L. (2006). The Anthropology of Meaning. *Educational Studies in Mathematics*. 61, 39-65.
- Sbaragli S. (2005). Misconcezioni "inevitabili" e misconcezioni "evitabili". *La matematica e la sua didattica*. 1, 57-71.
- Sbaragli S., Santi G. (2011). Teacher's choices as the cause of misconceptions in the learning of the concept of angle. Sotto referee.
- Tsamir P., Tirosh D., Stavy R. (1997). Intuitive rules and comparison tasks: The grasp of vertical angles. In: Makrides G.A. (ed.) (1997). *Proceedings of the first mediterranean conference: Mathematics education and applications*, Nicosia, Cyprus Pedagogical Institute and Cyprus Mathematical Society.