Le insidie della divisione

Silvia Sbaragli
N.R.D., Bologna - Alta Scuola Pedagogica, Locarno, Svizzera

Pubblicato in:
Sbaragli S. (2009). Le insidie della divisione. *La Vita Scolastica*. 14, 18-19.

1. La complessità della divisione

Durante l'insegnamento nella scuola primaria ci si imbatte in concetti di base che solo in apparenza sembrano facilmente dominabili; questo avviene ad esempio per la *divisione*. Il primo approccio con questa operazione è intuitivo e gestibile anche da bambini di scuola dell'infanzia soprattutto quando si fa riferimento a situazioni reali: dividere caramelle, penne, figurine, …, ma quando si passa all'aspetto algoritmico e soprattutto a quello strategico specifico dei problemi le cose si complicano notevolmente; sono in effetti tanti gli aspetti che possono ostacolare la scelta dell'operazione da eseguire nelle situazioni problematiche.
Qui entrano in gioco quelli che Fischbein chiama: *modelli intuitivi delle operazioni*. Nel momento in cui lo studente legge il testo di un problema ed intuisce quale tipo di operazione utilizzare, scatta un meccanismo intuitivo (talvolta non corretto) in base al quale individua una strategia senza analizzare fino in fondo le proprie scelte.

2. Alcuni modelli intuitivi

Tra i diversi modelli intuitivi specifici dell'operazione di divisione ricordiamo i seguenti aspetti assai diffusi:

- *La divisione "diminuisce sempre"*

Nell'arco della scuola primaria viene accettato il modello intuitivo di divisione tra naturali che porta a credere che la divisione "diminuisce sempre", ossia che il risultato sia minore (o al limite uguale) del dividendo. Questa convinzione viene erroneamente estesa ai razionali, portando a credere che 4 : 0,5 faccia 2, invece di 8. In effetti, che la divisione "faccia aumentare", "spiazza" le attese dell'allievo. Questa misconcezione influenza spesso negativamente la scelta dell'operazione da eseguire per risolvere un problema.
Nella situazione: «Un litro di succo di frutta costa 5 euro. Quanto costeranno 0,75 litri di succo di frutta? Come arrivi alla soluzione?», il primo istinto è di rispondere erroneamente con una divisione considerando che la "divisione rende più piccolo", pur essendo la moltiplicazione l'operazione risolutiva.

- *Il divisore maggiore del dividendo*

Un altro modello intuitivo assai frequente è che in una divisione A:B, il numero B deve essere minore del numero A; di conseguenza, in risposta al problema: «15 amici si dividono 5 chilogrammi di biscotti. Quanti ne spettano a ciascuno?» lo studente è spinto ad eseguire 15:5 invece di 5: 15, dividendo così "gli amici ai biscotti invece dei biscotti agli amici".

- *La complessità dei numeri*

Nella risoluzione di un problema sono spesso i *tipi di numeri* che possono ingannare la scelta della procedura risolutiva, a maggior ragione quando si parla di divisone. Il problema: «Una bottiglia di aranciata, che contiene 0,75 l, costa 2 euro. Qual è il prezzo di 1 l di aranciata?», per essere risolto richiede dalla maggior parte delle persone o l'uso della proporzione o un cambio di rappresentazione da 0,75 a ¾, anziché fare direttamente: 2 : 0,75. Eppure lo "stesso" problema con altri numeri come: «Una bottiglia di aranciata, che contiene 2 l, costa 6 euro. Qual è il prezzo di 1 l di aranciata?» risulta immediatamente risolto con la semplice divisone: 6:2.

3. Strategie didattiche

Dagli esempi precedenti è emerso che nella risoluzione di un problema sono spesso i tipi di numeri che possono ingannare la scelta della procedura risolutiva; per questo può essere didatticamente vincente *nascondere tutti o una parte dei numeri* quando viene proposto un problema, concentrandosi solamente sull'operazione risolutiva e non sull'algoritmo.
Inoltre, come suggerisce Fischbein, per superare l'ostacolo intuitivo creato da un problema, può essere utile ricorrere a una classe di problemi collegati ad esso per *analogia*, ma i cui dati numerici vadano d'accordo con le richieste intuitive. In effetti, l'analogia può aiutare gli alunni a risolvere anche problemi ritenuti apparentemente difficili, evidenziando un conflitto tra la prima soluzione intuitiva e la corretta ed evidente soluzione formale.
Proponiamo in quinta primaria tre situazioni analoghe con la stessa struttura, che richiedono tutte la divisione per essere risolte e a cui abbiamo coperto alcuni numeri con dei cartoncini.
«Scrivete quale operazione risolve i problemi; spiegate anche il perché della vostra scelta.

- Una bottiglia di □ litri di vino costa □ euro.
  Qual è il prezzo di 1 litro?
- Una bottiglia di □ litri di acqua costa □ euro.
  Qual è il prezzo di 1 litro?
- Una bottiglia di □ litri di aranciata costa □ euro.
  Qual è il prezzo di 1 litro?»

In questo modo può essere più semplice riconoscere la divisione come procedura risolutiva dei tre problemi. Durante una sperimentazione i commenti degli allievi hanno confermato che la forma della scrittura dei testi e l'assenza dei numeri li ha aiutati a cogliere l'analogia linguistica e di conseguenza l'analogia procedurale tra le situazioni: «È una divisione che

risolve ogni problema: il costo della bottiglia (cioè dei litri acquistati) diviso il numero dei litri» (Mattia).
Una volta che si è deciso qual è l'operazione risolutiva per tutti e tre i problemi si procede a scoprire i numeri e a confrontarsi con eventuali conflitti cognitivi.

- Una bottiglia di 2 litri di vino costa 6 euro.
  Qual è il prezzo di 1 litro?
- Una bottiglia di 2 litri di acqua costa 1 euro.
  Qual è il prezzo di 1 litro?
- Una bottiglia di 0,75 litri di aranciata costa 2 euro.
  Qual è il prezzo di 1 litro?.

Nel primo problema c'è pieno accordo tra aspetto intuitivo e aspetto formale: i numeri sono naturali e il dividendo è multiplo del divisore; nel secondo non c'è accordo, dato che il dividendo è minore del divisore; nel terzo sono i tipi di numeri che possono ingannare, ma le scelte iniziali con i numeri coperti e l'analogia possono aiutare a non cadere nelle trappole dei modelli intuitivi e con il tempo a superarli.

Bibliografia

G. Arrigo, S. Sbaragli, Le convinzioni degli insegnanti di scuola primaria relative al concetto di divisione, *La matematica e la sua didattica,* Pitagora, Bologna 2008, 4, 479-520.

B. D'Amore, *Elementi di didattica della matematica*, Pitagora, Bologna 1999.

S. Sbaragli, L. Cottino, C. Gualandi, G. Nobis, A. Ponti, M. Ricci, *L'analogia, aspetti concettuali e didattici. Un'esperienza in àmbito geometrico,* Armando Armando, Roma 2008.