

Qui cade sua... altezza

Silvia Sbaragli

N.R.D. Bologna – DFA, SUPSI Locarno (Svizzera)

Publicato in: Sbaragli S. (2010). Qui cade sua... altezza. *La Vita Scolastica*. 18, 25-27.

Nell'insegnamento della matematica vi sono dei concetti considerati semplici da essere appresi da parte degli allievi ma che, in realtà, sono alla base di insidiose misconcezioni, causate a volte dalle scelte didattiche effettuate dagli insegnanti. Un esempio in tal senso è il concetto di *altezza*, maldestramente definito alla scuola primaria e poi spesso lasciato semplicemente all'intuizione, ma che è causa di diffuse difficoltà tra gli studenti di qualsiasi età.

Di solito, nei libri di testo, si legge ad esempio che ciascuna delle tre altezze di un triangolo è «il *segmento* che “*parte*” da un *vertice* e “*cade*” perpendicolarmente sul lato opposto o sul suo prolungamento». È lecito domarsi: l'altezza è davvero un segmento o una grandezza? Come può un segmento “partire” e “cadere”? Supponendo che un segmento possa “partire”, lo deve fare per forza da un vertice? Si parla di altezza solo per determinate figure? Quante altezze ha un poligono? L'altezza rappresenta quindi un concetto all'apparenza semplice ma che nasconde al suo interno notevoli complessità.

Segmento o grandezza?

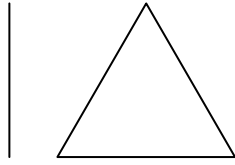
La scelta di definire l'altezza come un particolare segmento e non come una *grandezza* è in contrasto con l'uso che se ne fa di tale concetto nella vita reale. Didatticamente si può riflettere sul fatto che, nella carta d'identità, in riferimento all'altezza di una persona, c'è una grandezza, cioè un numero con una unità convenzionale, e non un segmento, per iniziare a capire che qualche cosa non va. Una cosa è dire come e dove risulta più semplice individuare tale grandezza: tramite un segmento che può avere come estremo un vertice, altra cosa è affermare che proprio *quel* segmento e *solo* lui rappresenta un'altezza.

La scelta del segmento è inoltre in contrasto con le formule delle figure, dove si parla di altezza e non eventualmente della “lunghezza dell'altezza”. Pensiamo ad esempio alla formula per ricavare l'area di un rettangolo: $A_{rett.} = b \times h$, detta direttamente: “base per altezza” e non “lunghezza della base per lunghezza dell'altezza”. Se l'altezza fosse un segmento, e non una grandezza, bisognerebbe dire per non generare confusione: “lunghezza dell'altezza”.

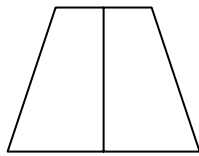
Vertice o un qualsiasi punto?

Esplicitare da parte del docente che il segmento che individua l'altezza abbia come estremo un vertice, può creare frequenti misconcezioni.

Per molti allievi di scuola primaria, e non solo, il segmento sotto rappresentato non rappresenta una delle altezze del triangolo, dato che “*non parte* da un *vertice*”.



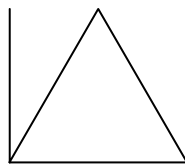
Analogamente, anche nel seguente trapezio l'altezza indicata è spesso non riconosciuta come tale.



Tra le motivazioni che abbiamo riscontrato in allievi di V primaria, del perché tale segmento non possa rappresentare un'altezza del trapezio, riportiamo la seguente a titolo di esempio: «No, questa non è l'altezza, perché non rispetta la regola che abbiamo imparato. L'altezza deve partire dal vertice e scendere fino a quando incontra la base».

Interna o anche esterna?

Durante sperimentazioni abbiamo rilevato che numerosi allievi non considerano un'altezza di un poligono un segmento che, pur partendo da un vertice, sia *esterno* alla figura; ciò deriva dalla consuetudine didattica di rappresentare esclusivamente l'altezza di una figura con un segmento totalmente o in parte interno.



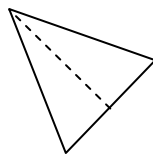
A tal proposito, la maggioranza degli allievi di V primaria, alla domanda se il segmento qui sopra rappresentato individua un'altezza del triangolo, rispondono in questo modo: «Non è un'altezza perché finisce fuori dal triangolo».

Verticale o qualsiasi direzione?

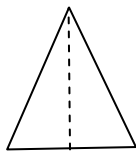
Anche la scelta di rappresentare esclusivamente l'altezza *verticale* rispetto al punto di vista dell'osservatore può creare misconcezioni. Tali misconcezioni sono favorite anche dall'esplicitazione da parte dell'insegnante della frase che ricorda la direzione della forza di gravità: «... che “cade” perpendicolarmente rispetto alla base» (disposta di solito orizzontale) e da un'insidiosa prassi didattica che ha favorito per anni l'uso del

filo a piombo per individuare le altezze, generando così segmenti verticali rispetto al punto di vista dal quale tradizionalmente si osserva il mondo. Eppure, anche nel mondo reale la verticalità per l'altezza non è necessaria, basta pensare alla nostra altezza di esseri umani che non cambia anche quando ci stendiamo in un letto disponendoci in posizione orizzontale rispetto ad un osservatore in piedi; osservare la geometria non solo stereotipata dei libri di testo, ma quella della vita quotidiana, potrebbe aiutarci a capire l'inesistenza di questo vincolo.

Durante una sperimentazione in una V primaria, alla richiesta se un'altezza di un triangolo disposta non verticale dal punto di vista del lettore, era o no un'altezza, un bambino risponde: «No, perché non è in piedi»;



e poi continua: «In questo momento non è un'altezza; se voglio che diventi un'altezza, devo girare il foglio e rimetterla in piedi» e la dispone nel seguente modo:



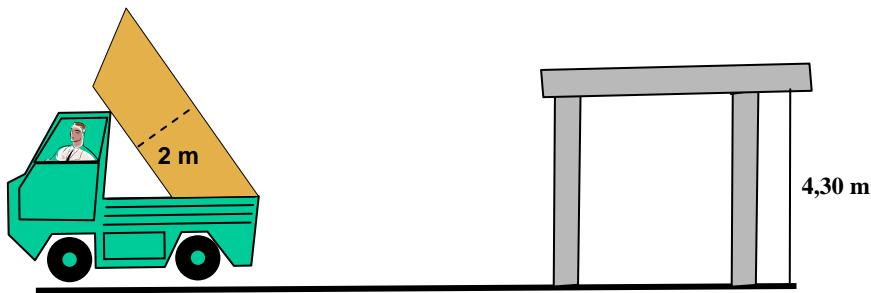
Quante altezze ha un poligono?

Per rispondere a questa domanda procediamo per gradi, ripercorrendo ciò che avviene di solito.

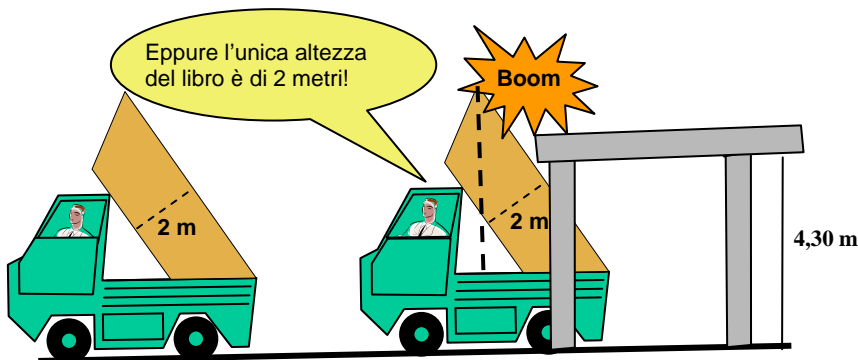
Per quanto riguarda i triangoli, come abbiamo già affermato in precedenza, si riconosce l'esistenza di tre altezze. Quando poi si trattano i quadrilateri, spesso l'altezza è concepita come univoca e ancora una volta esclusivamente verticale.

E così ad esempio il trapezio, pur essendo costituito da 4 lati, ha per i libri di testo un'unica altezza: la distanza tra i due lati paralleli; mentre si potrebbe far notare che ciascun quadrilatero, avendo 4 lati, ha 4 altezze, una relativa a ciascun lato.

Significativo da questo punto di vista è l'esempio che abbiamo chiamato dell'"autista scolarizzato". L'autista di un camioncino, che deve trasportare un ideale trapezio isoscele, vuole sapere se passerà in retromarcia sotto la galleria.



Essendo “scolarizzato”, possiede un libro di testo di matematica, per questo decide di controllare che cos’è l’altezza di un trapezio e trova scritto: «L’altezza di un trapezio è la distanza tra due lati paralleli». Misura allora questa distanza e verifica che è di 2 m; a questo valore somma l’altezza del camioncino da terra per controllare se riuscirà a passare sotto la galleria. Sicuro dei suoi calcoli (che danno un valore minore dell’altezza della galleria) e della veridicità del suo libro, procede con sicurezza con la sua marcia, ma ad un certo punto si scontra con la galleria e commenta: «Eppure, l’unica altezza del libro è di 2 metri!». Purtroppo, però, l’altezza di un trapezio del libro di testo dell’autista è davvero restrittiva dato che non contempla che ci possa essere un’altezza per ogni lato del trapezio.



Risulta invece interessante parlare di altezza in modo generalizzato per qualsiasi poligono e far sì che ogni poligono abbia un numero di altezze pari al numero di lati. Ciò è possibile considerando un’altezza rispetto ad un lato come «la distanza massima individuata dai punti del poligono rispetto a quel lato o al suo prolungamento o, se si preferisce, rispetto alla retta che contiene quel lato» (nel concetto di distanza è già implicita la perpendicolarità).

Abbiamo voluto evidenziare come capita spesso che concetti all’apparenza semplici vengano sottovalutati dall’insegnante o affidati ad un semplice atto di intuizione. Le misconcezioni che spesso manifestano gli allievi possono quindi derivare dalle scelte didattiche effettuate dall’insegnante che, a volte, risultano incoerenti o improprie; per questa ragione è importante che ogni insegnante ripensi criticamente alla propria trasposizione didattica da effettuare in classe e all’ingegneria didattica scelta.

Bibliografia

D'Amore B., Fandiño Pinilla M. I., Marazzani I., Sbaragli S. (2008). *Difficoltà nell'apprendimento della matematica. Il punto di vista della didattica*. Trento: Erickson.

D'Amore B., Sbaragli S. (2005). Analisi semantica e didattica dell'idea di "misconcezione". *La matematica e la sua didattica*. 2. 139-163.

www.dm.unibo.it/rsddm